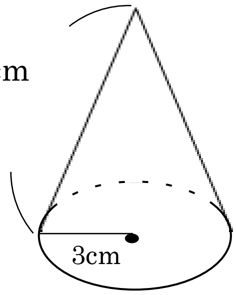
◇◇　＜空間図形　円すいの中心角・表面積＞　No. 1　◇◇

※立体の見取図・展開図は「イメージ」です。長さの比や角度などは必ずしも正確には描かれていません。

【1】 右図の円すい（母線の長さ 5cm、底面の半径 3cm）について、次の問いに答えなさい。

(1)　側面のおうぎ形の中心角を求めなさい。



◇◇　この公式をまず覚えてね！「おうぎ形の弧の長さ」を求める公式　◇◇

$\ell=2\pi r\times\frac{a}{360}$　（エルイコールにーパイアールかける360ぶんのエー）

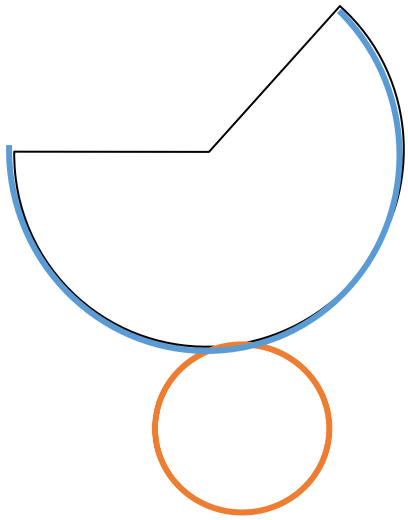
◇ℓは「おうぎ形の弧の長さ」　rは「おうぎ形の半径」　aは「おうぎ形の中心角」だよ！◇

さて…まず右の展開図を見てね。

円すいの展開図の中には、おうぎ形（　）と、円（○）があるよね。

おうぎ形（　）について、上の　ℓ＝…　の公式で式を作ってみると、

$\ell=2\pi\times5\times\frac{a}{360}\ =10\pi\times\frac{a}{360}\ =\ \frac{\pi a}{36}$　←10と360を約分したよ！



これは「おうぎ形の弧の長さ」なので、展開図の**水色の線**の長さ。

ところで…

この**水色の線**と、**オレンジ色の線**は、同じ長さだよね！！（←ポイント）

　組み立てて円すいにした時に、ぴったり重なるもんね！(^▽^)b

この**オレンジ色の線**は、底面の円のまわりの長さ（円周）なので、

　円周　＝　直径×π　＝　半径×2×π　＝　3×2×π　＝　6π

これが、さっきの「おうぎ形の弧の長さ」（水色の線）と同じ長さなので、

$\frac{\pi a}{36}\ =\ 6\pi$　←　**ここ！ここ最大のポイント！！**

同じ長さの 2 つのもの（**水色の線**と**オレンジ色の線**）を、イコールで結んで 1 つの式にしたよ(≧▽≦)

あとはこの式を、最後に　a＝□　という値が出るように、方程式として解いていこう(^o^)φ♪

$\frac{\pi a}{36}\ =\ 6\pi$　↙ 左辺に「a」だけ残すために、36とπをこのようにかけよう。右辺にも同じものを必ずかけてね！

$\frac{\pi a}{36}\times\frac{36}{\pi}\ =\ 6\pi\ \times\ \frac{36}{\pi}$　　↙ この「a」が、「おうぎ形の中心角」！

$a\ =\ 216$　（πとπは約分されて1と1になるよ）　　（　216°　）

【別解】

側面のおうぎ形の弧の長さ＝**水色の線**＝**オレンジ色の線**＝底面の円のまわりの長さ（円周）　なので、

円周　＝　直径×π　＝　半径×2×π　＝　3×2×π　＝　6π　＝　の弧の長さ（水色の線）

◇　**ポイントとなる考え方**　◇

“もし、この　が、　（一部欠けているおうぎ形ではなく、完全な「円」）だったとしたら…”＞(･▽･)

その円　の円周　＝　直径×π　＝　半径×2×π　＝　5×2×π　＝　10π

だけど実際は、完全な円じゃなく、一部分が欠けているおうぎ形　だよね。

└→　このことを式で表すと、こうなる！　→　$\frac{6\pi\text{（実際は一部分だけ）}}{10\pi\text{（完全な円だったら）}}=\frac{\chi\text{（実際のおうぎ形の中心角）}}{360\text{（完全な円である場合の中心角）}}$

あるいは、　6π：10π＝χ：360　というように「比例式」を作ってもいいよ！

どちらを解いても、χ＝216　となります。これが、側面のおうぎ形の中心角(^o^)b

(2) この円すいの表面積を求めなさい。

◇◇　この公式をまず覚えてね！「おうぎ形の面積」を求める公式　◇◇

$S=\pi r^2\times\frac{a}{360}$ （エスイコールパイアールにじょうかける360ぶんのエー）

$S=\frac{1}{2}\ell r$ （エスイコールにぶんのいちエルアール）

◇Sは「おうぎ形の面積」 rは「おうぎ形の半径」 aは「おうぎ形の中心角」だよ。ℓは「おうぎ形の弧の長さ」ね。◇

円すいの側面のおうぎ形（）の面積は、このどちらの公式でも求めることができるよ。

1つめの公式： $S=\pi r^2\times\frac{a}{360}\ =\ \pi\times5^2\times\frac{216}{360}\ =\ 25\pi\times\frac{3}{5}\ =\ 15\pi$ ←約分が大変かな？

2つめの公式： $S=\frac{1}{2}\ell r\ =\ \frac{1}{2}\times6\pi$ （おうぎ形の弧の長さ＝水色の線＝オレンジ色の線＝底面の円周）×5

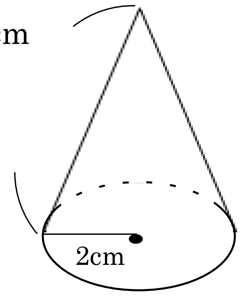
$=\frac{1}{2}\times30\pi\ =\ 15\pi$ ← 約分などを考えると、$\frac{1}{2}\ell r$ の公式で求めたほうが簡単かもね♪

あとは、底面の円（○）の面積を求めて（半径×半径×π＝3×3×π＝9π）、

 の面積と ○ の面積を合わせれば完成！ → 15π＋9π＝ （ 24π cm² ）

【2】 右図の円すい（母線の長さ 6cm、底面の半径 2cm）について、次の問いに答えなさい。

(1) 側面のおうぎ形の中心角を求めなさい。



おうぎ形（）について、 ℓ＝… の公式で式を作ってみると、

$\ell=2\pi\times6\times\frac{a}{360}\ =12\pi\times\frac{a}{360}\ =\ \frac{\pi a}{30}$ ←12と360を約分したよ！

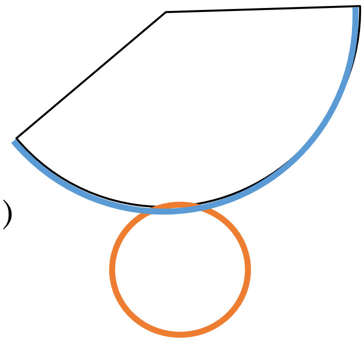
この**水色の線**（おうぎ形の弧の長さ）と、

オレンジ色の線（底面の円のまわりの長さ（円周））が同じ長さなので、

円周 ＝ 直径×π ＝ 半径×2×π ＝ 2×2×π ＝ 4π

$\frac{\pi a}{30}\ =\ 4\pi$ → 同じ長さの 2 つのもの（**水色の線**と**オレンジ色の線**）を、

イコールで結んで 1 つの式にしてね φ(^o^)



$\frac{\pi a}{30}\times\frac{30}{\pi}\ =\ 4\pi\times\frac{30}{\pi}$ 　 $a\ =\ 120$ （ 120° ）

【別解】 考え方は、【1】(1)の ◇ ポイントとなる考え方 ◇ を参照してね。

$$\frac{4\pi\text{（実際は一部分だけ）}}{12\pi\text{（完全な円だったら）}}=\frac{\chi\text{（実際のおうぎ形の中心角）}}{360\text{（完全な円である場合の中心角）}}$$

あるいは $4\pi:12\pi=\chi:360$ というように比例式を作ろう。これらを解くと $\chi=120$ (^o^)b

(2) この円すいの表面積を求めなさい。

側面のおうぎ形の面積を、$S=\frac{1}{2}\ell r$ の公式で求めてみると、

$S=\frac{1}{2}\times4\pi$ （おうぎ形の弧の長さ＝水色の線＝オレンジ色の線＝底面の円周）×6 ＝ $\frac{1}{2}\times24\pi\ =\ 12\pi$

あとは、底面の円（○）の面積を求めて（半径×半径×π＝2×2×π＝4π）、

 の面積と ○ の面積を合わせれば完成！ → 12π＋4π＝ （ 16π cm² ）

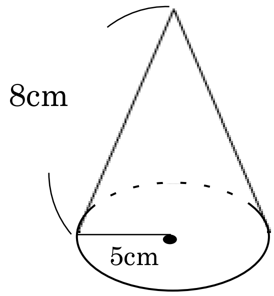
ℓ の公式とSの公式、最初はつかみづらいかな？ ◇◇ ふたばプリント ◇◇ 慣れてぜひ使いこなしたいね！練習練習♪

◇◇ ＜空間図形　円すいの中心角・表面積＞　No. 2　◇◇

※立体の見取図は「イメージ」です。長さの比や角度などは必ずしも正確には描かれていません。

【1】 右図の円すい（母線の長さ 8cm、底面の半径 5cm）について、次の問いに答えなさい。

(1) 側面のおうぎ形の中心角を求めなさい。



$\ell = 2\pi \times 8 \times \frac{a}{360} = 2 \times 5 \times \pi$　←式の作り方は No. 1 のプリント参照してね！

$16\pi \times \frac{a}{360} = 10\pi$　　$a = 10\pi \times \frac{360}{16\pi} = 225$

【別解】 $\frac{10\pi}{16\pi} = \frac{\chi}{360}$　あるいは、 $10\pi : 16\pi = \chi : 360$　$\chi = 225$

【別解】も、なぜそういう式になるのかという考え方は No. 1 を参照してね(^o^)/　（　225°　）

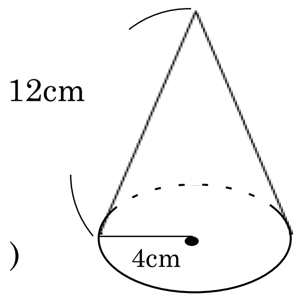
(2) この円すいの表面積を求めなさい。 ◇$S = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$ の公式で求めても良いよ♪

$S = \frac{1}{2} \ell r = \frac{1}{2} \times 10\pi \times 8 = 40\pi$　　$5 \times 5 \times \pi = 25\pi$　　$40\pi + 25\pi = 65\pi$

（　65π cm²　）

【2】 右図の円すい（母線の長さ 12cm、底面の半径 4cm）について、次の問いに答えなさい。

(1) 側面のおうぎ形の中心角を求めなさい。



$\ell = 2\pi \times 12 \times \frac{a}{360} = 2 \times 4 \times \pi$　　$a = 8\pi \times \frac{360}{24\pi} = 120$

【別解】 $\frac{8\pi}{24\pi} = \frac{\chi}{360}$　あるいは、 $8\pi : 24\pi = \chi : 360$　$\chi = 120$

（　120°　）

(2) この円すいの表面積を求めなさい。

$S = \frac{1}{2} \ell r = \frac{1}{2} \times 8\pi \times 12 = 48\pi$　　$4 \times 4 \times \pi = 16\pi$　　$48\pi + 16\pi = 64\pi$

（　64π cm²　）

【3】 (1) 母線の長さ 9cm、底面の半径 6cm の円すいの、側面のおうぎ形の中心角を求めなさい。

$\ell = 2\pi \times 9 \times \frac{a}{360} = 2 \times 6 \times \pi$　　$a = 12\pi \times \frac{360}{18\pi} = 240$

【別解】 $\frac{12\pi}{18\pi} = \frac{\chi}{360}$　あるいは、 $12\pi : 18\pi = \chi : 360$　$\chi = 240$

（　240°　）

(2) この円すいの表面積を求めなさい。

$S = \frac{1}{2} \ell r = \frac{1}{2} \times 12\pi \times 9 = 54\pi$　　$6 \times 6 \times \pi = 36\pi$　　$54\pi + 36\pi = 90\pi$

◇似た問題を繰り返し解いてみて、手順がつかめたかな？

特に「側面のおうぎ形の中心角」を求める問題は、ℓ＝…という書き出しが身につけば、スムーズかもね φ(^o^)

（　90π cm²　）