

◇◇ <2 次方程式 よくある文章問題> ◇◇

【整数・自然数】

(1) ある自然数と、それより 2 大きい自然数との積は 48 である。ある自然数を求めよ。

「ある自然数」を x とすると、 $x \times (x + 2) = 48$ ← 「積」は「かけ算の答え」という意味だよな(^o^)

$$x(x + 2) = 48 \quad x^2 + 2x = 48 \quad x^2 + 2x - 48 = 0 \quad (x - 6)(x + 8) = 0$$

◇2 次方程式の解き方、しっかり身につけてね! $x = 6, x = -8$

$x = -8$ は自然数ではないので、題意(問題文の表している内容)に適さない。 よって「ある数」は 6。

◇2 次方程式は、ほとんどの場合、解が 2 つ出てくるので、その両方ともが答えになるかどうかを立ち止まって考えることが非常に重要。

「自然数」は「正の整数」のことなので、負の数(マイナスの数)は含まれないよ(^▽^)

(6)

(2) ある整数と、それより 5 小さい整数との積は 36 である。ある整数を求めよ。

「ある整数」を x とすると、 $x \times (x - 5) = 36$

$$x(x - 5) = 36 \quad x^2 - 5x = 36 \quad x^2 - 5x - 36 = 0 \quad (x + 4)(x - 9) = 0$$

$x = -4, x = 9$

◇「整数」は負の数(マイナスの数)も含むので、この問題の答えとしては、 -4 も 9 もどちらもあり!

(-4, 9)

(3) 連続した 3 つの整数をそれぞれ平方し、和を求めると 365 でした。この 3 つの整数を求めなさい。

「連続した 3 つの整数」を $x, x + 1, x + 2$ とすると、← $x - 1, x, x + 1$ 等としても OK♪

$$x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 = 365 \quad \leftarrow \text{「平方」は「2 乗」のこと、「和」は「たし算の答え」だね(≥▽≤)}$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = 365$$

$$3x^2 + 6x + 5 = 365 \quad 3x^2 + 6x + 5 - 365 = 0 \quad 3x^2 + 6x - 360 = 0$$

$$x^2 + 2x - 120 = 0 \quad \leftarrow 3x^2 \dots \text{の式はすべての項が 3 で割れるので、3 で割ったよ! (方程式はこういうことができるのだ)}$$

$$(x + 12)(x - 10) = 0 \quad \leftarrow \text{因数分解できたね♪} \quad x = -12, x = 10$$

◇「整数」なので -12 も 10 も両方あり。両方で「連続した 3 つの整数」を 2 通り答えよう! (-12, -11, -10 と 10, 11, 12)

【縦と横の長さ】

(1) ある長方形の横の長さは縦の長さより 6cm 長く、面積は 40cm^2 である。この長方形の縦の長さとの長さを求めよ。 ← 文を読むだけではイメージしづらいので、書かれている内容を自分で図に描いてみよう(^o^)

縦の長さを x cm とすると、横の長さは $(x + 6)$ cm。 縦 × 横 = 面積 なので、 $x \times (x + 6) = 40$

$$x(x + 6) = 40 \quad x^2 + 6x = 40 \quad x^2 + 6x - 40 = 0 \quad (x - 4)(x + 10) = 0$$

$x = 4, x = -10$

$x = -10$ は長方形の辺の長さとしては適さない ($x > 0$)。 よって縦の長さは 4。横の長さは $4 + 6 = 10$ 。

◇図形の辺の長さが「マイナス 0cm」ってことはないよな(^o^)

(縦の長さは 4cm、横の長さは 10cm)

(2) ある長方形の周の長さは 30cm、面積は 56cm^2 である。また、この長方形は縦の長さのほうが横の長さよりも長い。この長方形の縦の長さとの長さを求めよ。 「周の長さが 30cm」

縦の長さを x cm とすると、横の長さは $(15 - x)$ cm。

ということは、ここ() →

縦 × 横 = 面積 なので、 $x \times (15 - x) = 56$

が 15cm だよな!

$$x(15 - x) = 56 \quad 15x - x^2 = 56 \quad -x^2 + 15x - 56 = 0$$

$$x^2 - 15x + 56 = 0 \quad \leftarrow -x^2 \dots \text{の式のすべての項に -1 をかけたよ(-1 で割ったと考えても OK)}$$

$$(x - 7)(x - 8) = 0 \quad x = 7, x = 8 \quad \leftarrow 7 \text{ も } 8 \text{ も長方形の辺の長さとしては適切。}$$

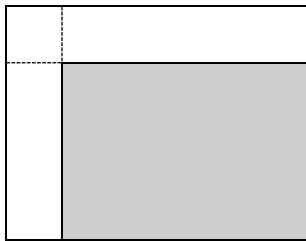
①縦の長さが 7 の場合、横の長さ = $15 - 7 = 8$ 。 / ②縦の長さが 8 の場合、横の長さ = $15 - 8 = 7$ 。

この長方形は縦のほうが長いので、②縦の長さが 8、横の長さが 7 のほうが答えとなる。

◇7 も 8 も図形の辺としては適切だけど、縦と横の長さの関係から、縦は 8! (縦の長さは 8cm、横の長さは 7cm)

【土地の中に道】

(1) 縦が 10m、横が 12m の長方形の土地の中に、下図のように同じ幅の道を直角に交差させて作ったところ、残りの部分の面積が 80m^2 になりました。この道の幅は何 m ですか。



← このように、道を端っこに寄せて考えよう！(上と左じゃなく上と右、下と左、下と右でも OK)
 そうすると、「残りの部分」(グレーの部分)の 縦は $(10 - \chi)\text{m}$ 、横は $(12 - \chi)\text{m}$ 。

↑ 道の幅を χm としているよ。

縦 × 横 = 面積 なので、 $(10 - \chi) \times (12 - \chi) = 80$

$$(10 - \chi)(12 - \chi) = 80 \quad 120 - 22\chi + \chi^2 = 80$$

$$\chi^2 - 22\chi + 120 - 80 = 0 \quad \chi^2 - 22\chi + 40 = 0 \quad (\chi - 2)(\chi - 20) = 0$$

$$\chi = 2, \chi = 20$$

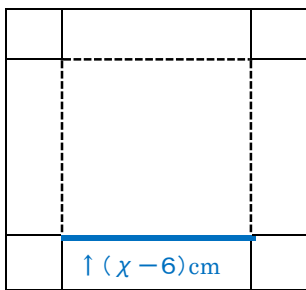
$\chi = 20$ はこの土地の縦・横の長さより大きいので適さない($0 < \chi < 10$)。よって道の幅は2。

◇道の幅が土地の大きさはみ出したら…おかしいよね(▽▽)

(2 m)

【折り曲げて箱】

(1) 正方形の紙の四隅から、1 辺が 3cm の正方形を切り落とし、折り曲げて箱を作ったところ、その箱の体積は 192cm^3 になった。もとの紙の 1 辺の長さは何 cm か。



もとの正方形の紙の 1 辺の長さを χcm とすると、

折り曲げてできる箱の 縦と横の長さ = $\chi - 3 \times 2 = \chi - 6(\text{cm})$

◇正方形だから縦と横の長さは同じ。そして、3cm の小さい正方形を 2 枚分切り取るよね！

また、折り曲げてできる箱の 高さ = 3cm。

縦 × 横 × 高さ = 体積 なので、 $(\chi - 6) \times (\chi - 6) \times 3 = 192$

$$3(\chi - 6)(\chi - 6) = 192 \quad \text{両辺を3で割って } (\chi - 6)(\chi - 6) = 64$$

$$\chi^2 - 12\chi + 36 = 64 \quad \chi^2 - 12\chi + 36 - 64 = 0$$

$$\chi^2 - 12\chi - 28 = 0 \quad (\chi + 2)(\chi - 14) = 0$$

$$\chi = -2, \chi = 14$$

$\chi = -2$ はこの問題の答えとして適さない($\chi > 6$)。よって、もとの紙の 1 辺の長さは14。

◇辺の長さが負の数ってことはないし、3cm の正方形を 2 つ切り落とすってことは 6cm より大きくないといけないよね！ (14cm)

【おまけの問題】

縦 18cm、横 20cm の長方形の紙に、図 1 のように折り目をつけ、図 2 のように直角に折り曲げて箱型を作った。これを直方体と考えると、その体積は 800cm^3 になった。図 1 の折り目の幅(図 2 の直方体の高さ)は何 cm か。

図 1

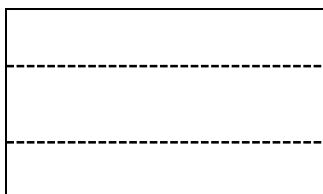
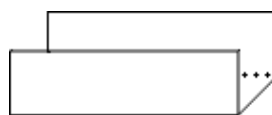
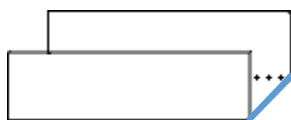


図 2



【解答】 折り目の幅(直方体の高さ)を χcm とすると、直方体の縦の長さ = $18 - \chi \times 2 = 18 - 2\chi(\text{cm})$



← ここが $(18 - 2\chi)\text{cm}$ ね！ 18cm から χcm を 2 つ分、引くよね(^o^)^ ← ピース(2?)

縦 × 横 × 高さ = 体積 なので、 $(18 - 2\chi) \times 20 \times \chi = 800$

$$\text{この式を整理すると } \chi^2 - 9\chi + 20 = 0 \quad (\chi - 4)(\chi - 5) = 0 \quad \chi = 4, \chi = 5$$

$\chi = 4$ も 5 も、この問題の折り目の幅としては可能性あり。よって、「4cm または 5cm」 ← これが答え。

↑ マイナスの値だとか、図形からはみ出すとか、◇◇ ふたばプリント ◇◇ そういのがないので、4も5も答えになるよ♪